# 2024—2025学年度下学期期末考试高一年级数学科试卷

命题学校：大连市第八中学　命题人：陈威　校对人：陈浩

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．若点$P(-1,1)$在角$\alpha$的终边上，则$\sin(\alpha+2025^\circ)=$（　　）

A．$-1$　B．$-\frac{\sqrt{2}}{2}$　C．0　D．1

2．已知$(1-\sqrt{3}i)z=\sqrt{3}+i$，其中i为虚数单位，则$|z|=$（　　）

A．$\frac{1}{4}$　B．$\frac{1}{2}$　C．1　D．2

3．已知向量$\boldsymbol{a}=\left(1,\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$，$\boldsymbol{b}=(-\sqrt{3},1)$，则$\boldsymbol{a}$与$\boldsymbol{b}$的夹角为（　　）

A．30°　B．60°　C．90°　D．120°

4．已知$\alpha$，$\beta$是两个不同的平面，$m$，$n$是两条不同的直线，下列命题中正确的是（　　）

A．若$m//n$，$n//\alpha$，则$m//\alpha$　B．若$\alpha\perp\beta$，$m\subset\beta$，则$m\perp\alpha$

C．若$m\perp n$，$n\perp\alpha$，则$m//\alpha$　D．若$\alpha//\beta$，$m\subset\beta$，则$m//\alpha$

5．已知点$A(2,1)$，将向量$\overrightarrow{OA}$绕原点$O$逆时针旋转$\frac{\pi}{4}$得到$\overrightarrow{OB}$，则点$B$的坐标为（　　）

A．$(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{3\sqrt{2}}{2})$　B．$(-\frac{3\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$　C．$(\frac{3\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$　D．$(-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{3\sqrt{2}}{2})$

6．若函数$f(x)=\tan(\omega x+\varphi)(\omega>0,\varphi>0)$的图象与直线$y=a$的两个相邻交点之间的距离为$\frac{\pi}{3}$，向右平移$\frac{5\pi}{18}$个单位长度后得到函数$g(x)$的图象，若$g(x)$的图象关于坐标原点对称，则$\varphi$的最小值为（　　）

A．$\frac{\pi}{6}$　B．$\frac{\pi}{3}$　C．$\frac{2\pi}{3}$　D．$\frac{5\pi}{6}$

7．在平行四边形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=1$，$|\overrightarrow{BC}|=2$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=1$，$E$ 为 $CD$ 的中点，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AB}=$（　　）

A．2　　B．$\frac{3}{2}$　　C．1　　D．$\frac{1}{2}$

8．已知函数 $f(x)=\sin(2x+\theta)(0<\theta<\pi)$ 图象的一个对称中心是 $(-\frac{\pi}{12},0)$，函数 $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称，若对任意 $x_1,x_2\in[0,t]$，当 $x_1<x_2$ 时，都有 $f(x_1)-f(x_2)<g(x_1)-g(x_2)$，则实数 $t$ 的最大值为（　　）

A．$\frac{\pi}{8}$　　B．$\frac{\pi}{6}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{\pi}{3}$

**二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。**

9．已知复数 $z=\frac{2}{1-\mathrm{i}}$(i 为虚数单位)，$z$ 的共轭复数为 $\bar{z}$，则（　　）

A．$z$ 的实部为 1　　B．$z$ 的虚部为 1

C、$\bar{z}-z$ 为纯虚数　　D．$\bar{z}$ 在复平面内对应的点位于第一象限

10．在 $\triangle ABC$ 中，角 $A$，$B$，$C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，且 $b^2+3ac\cos B=2c^2$，则下列选项中正确的是（　　）

A、若 $a=c$，则 $A=\frac{\pi}{4}$　　B．若 $A=\frac{\pi}{4}$，则 $a=c$

C．若 $b=c$，则 $\tan A=2\tan B$　　D．若 $\cos A=\frac{2}{3}$，则 $b=c$

11．在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=2$，$AA_1=\sqrt{3}$，$E$，$F$ 分别为 $AB$，$B_1C_1$ 的中点，$A_1$，$E$，$C$，$F$ 四点均在球 $O$ 的表面上，则（　　）

A、$EF$ // 平面 $A_1ACC_1$

B．球 $O$ 的表面积为 $28\pi$

C．球 $O$ 表面与三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 表面的交线长度之和为 $2\pi$

D．六面体 $A_1B_1FEBC$ 与七面体 $A_1C_1FACE$ 公共部分的体积为 $\frac{3}{2}$

**三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。**

12．已知 $\tan\alpha=\dfrac{1}{7}$，$\cos\beta=-\dfrac{4}{5}$，其中 $\alpha,\beta\in(0,\pi)$，则 $\alpha-\beta=$________.

13．已知复数 $z_1$，$z_2$ 满足 $|z_1|=2$，$|z_2|=1$，$|z_1+2z_2|=2\sqrt{2}$，则 $|2z_2-z_1|=$________.

14．已知圆台上、下底面的圆周都在球心为 $O$ 的球面上，若球 $O$ 半径为 1，$A$，$B$ 分别为圆台上下底面圆周上的动点，且直线 $OA$，$OB$ 与圆台底面所成的角分别为 $\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{\pi}{12}$，则 $\triangle OAB$ 面积的取值范围为________.

**四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。**

15.（13 分）

已知 $\vec{a}=(\sin x+\cos x,2\cos x)$，$\vec{b}=(\sin x-\cos x,\sqrt{3}\sin x)$，函数 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$.

（1）求函数 $f(x)$ 的单调减区间；

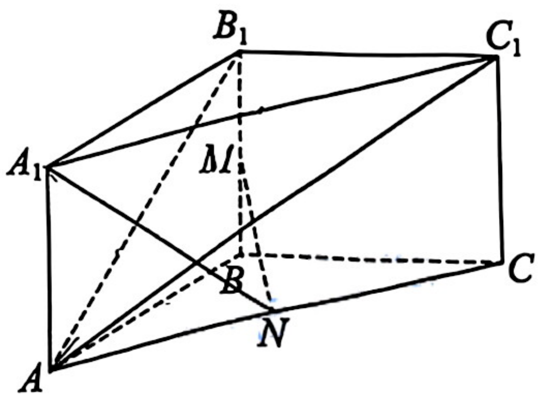
（2）若 $f\left(\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\alpha}{2}\right)=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，且 $\dfrac{\pi}{3}<\alpha<\dfrac{4\pi}{3}$，求 $f\left(\dfrac{\pi}{6}+\alpha\right)$ 的值.

16.（15 分）

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$BB_1=\sqrt{3}$，$BA=BC=2$，$\angle ABC=\dfrac{2\pi}{3}$，且 $M,N$ 分别为 $BB_1$，$AC$ 的中点.

（1）证明：$MN//$ 平面 $AB_1C_1$；

（2）证明：$A_1N\perp AB_1$.




17.（15 分）

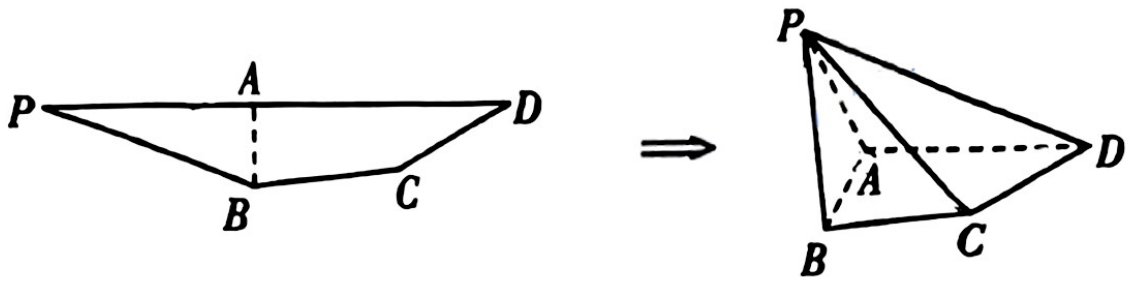
在 $\triangle ABC$ 中，角 $A,B,C$ 的对边分别为 $a$，$b$，$c$，且 $2\cos B(a\cos C+c\cos A)=b$.

（1）求角 $B$；

（2）若 $b=\sqrt{3}$，$c-a=\sqrt{2}$，线段 $AC$ 延长线上的一点 $D$ 满足 $\dfrac{a}{CD}=\dfrac{c}{AD}$，求线段 $BD$ 的长.

18.（17分）

如图，平面四边形$PBCD$中，点$A$是线段$PD$上一点，$AB\perp PD$，且$PD=4$，$CD=\sqrt{2}$，$\angle ADC=45^\circ$，沿着$AB$将三角形$PAB$折叠得到四棱锥$P-ABCD$，折叠后$\angle PAD=120^\circ$.




（1）求证：平面$PAD\perp$平面$ABCD$；

（2）若$AP=AD$，求平面$PCD$与平面$ABCD$夹角的正切值；

（3）若$P$，$A$，$C$，$D$在同一个球面上，设该球面的球心为$G$，证明：当球$G$的半径最小时，点$G$在平面$PAD$内.

19.（17分）

已知函数$f_n(x)=\sin^n x$，$g_n(x)=\cos^n x\,(n\in\mathrm{N}_+)$.

（1）证明：曲线$y=f_n(x)-g_n(x)$关于点$\left(\dfrac{\pi}{4},0\right)$对称；

（2）若存在$n\in\mathrm{N}_+$，使得关于$x$的不等式$f_n(x)+g_n(x)+2t\sin x\cos x-t\geq 0$对任意的$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$恒成立，求实数$t$的取值范围；

（3）若$k\in\mathrm{N}_+$，$y=f_{2k-1}(x)-g_{2k-1}(x)$在$\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$上的值域为$A$，$y=f_{2k}(x)+g_{2k}(x)$在$\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$上的值域为$B$，求$A\cap B$.

# 2024—2025 学年度下学期期末考试高一年级数学科答案

一、选择题：

1.C　2.C　3.D　4.D　5.A　6.B　7.B　8.C

二、选择题

9.ABC　10.AD　11.AC

三、填空题

12.$-\frac{3\pi}{4}$　13.$2\sqrt{2}$　14.$\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$

四、解答题

15.解：（1）$f(x)=\sin^2x-\cos^2x+2\sqrt{3}\sin x\cos x=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x=2\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$……3 分

由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\le 2x-\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，解得 $k\pi+\frac{\pi}{3}\le x\le k\pi+\frac{5\pi}{6},(k\in\mathbf{Z})$，

所以函数 $f(x)$ 的单调减区间为 $\left[k\pi+\frac{\pi}{3},k\pi+\frac{5\pi}{6}\right](k\in\mathbf{Z})$…………6 分

（2）由 $f\left(\frac{\pi}{6}+\frac{\alpha}{2}\right)=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$，得 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$，又 $\frac{\pi}{3}<\alpha<\frac{4\pi}{3}$，所以

$\frac{\pi}{2}<\alpha+\frac{\pi}{6}<\frac{3\pi}{2}$，所以 $\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=-\sqrt{1-\sin^2\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)}=-\frac{\sqrt{6}}{3}$…………8 分

所以 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，

$\cos\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=2\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)-1=\frac{1}{3}$，…………10 分

所以 $f\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)=2\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=2\sin\left[\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)-\frac{\pi}{6}\right]=2\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\right)=\frac{2\sqrt{6}-1}{3}$

…………13 分

16. 解：（1）如图，取 $AC_1$ 的中点 $P$，连接 $B_1P$，$PN$，

因为 $N$ 为 $AC$ 的中点，所以 $PN // C_1C$，且 $PN=\frac{1}{2}C_1C$．

又因为 $B_1M // C_1C,B_1M=\frac{1}{2}C_1C$，

所以 $PN // B_1M,PN=B_1M$，

所以四边形 $B_1MNP$ 是平行四边形，所以 $MN \parallel B_1P$ ．........................3 分

又 $B_1P \subset$ 平面 $AB_1C_1$，$MN \not\subset$ 平面 $AB_1C_1$，所以 $MN \parallel$ 平面 $AB_1C_1$．............6 分

（2）取 $A_1C_1$ 的中点 $Q$，连接 $B_1Q$，$QA$(图略)，

因为 $BA=BC$，所以 $B_1A_1=B_1C_1$，所以 $B_1Q \perp A_1C_1$，

因为 $AA_1 \perp$ 面 $A_1B_1C_1$，$B_1Q \subset$ 面 $A_1B_1C_1$，所以 $AA_1 \perp B_1Q$

因为 $AA_1 \quad A_1C_1 = A_1$，$A_1A \subset$ 面 $AA_1C_1C$，$A_1C_1 \subset$ 面 $AA_1C_1C$，所以 $B_1Q \perp$ 面 $AA_1C_1C$，....9 分

因为 $A_1N \subset$ 面 $AA_1C_1C$，所以 $B_1Q \perp A_1N$，

因为 $BA=BC=2$，$\angle ABC=\dfrac{2\pi}{3}$，所以 $AC=2\sqrt{3}$，$AN=\sqrt{3}$，

所以四边形 $AA_1QN$ 是正方形，所以 $AQ \perp A_1N$，............12 分

因为 $AQ \quad B_1Q=Q$，$AQ \subset$ 面 $AB_1Q$，$B_1Q \subset$ 面 $AB_1Q$，所以 $A_1N \perp$ 面 $AB_1Q$，

因为 $AB_1 \subset$ 面 $AB_1Q$，所以 $A_1N \perp AB_1$．..................................15 分

17.解：（1）由 $2\cos B(a\cos C+c\cos A)=b$ 及正弦定理得

$2\cos B(\sin A\cos C+\sin C\cos A)=\sin B$，所以 $2\cos B\sin(A+C)=\sin B$，............3 分

又 $A+B+C=\pi$，所以 $\sin(A+C)=\sin B$，所以 $\cos B=\dfrac{1}{2}$，

因为 $B\in(0,\pi)$，所以 $B=\dfrac{\pi}{3}$，............6 分

（2）由 $B=\dfrac{\pi}{3}$ 及余弦定理得 $a^2+c^2-b^2=ac$，即 $b^2=(c-a)^2+ac$，

又 $b=\sqrt{3}$，$c-a=\sqrt{2}$，解得 $ac=1$，............9 分

在　$BCD$ 中，由正弦定理得 $\dfrac{a}{CD}=\dfrac{\sin D}{\sin\angle CBD}$，

在　$ABD$ 中，由正弦定理得 $\dfrac{c}{AD}=\dfrac{\sin D}{\sin\angle ABD}$，

由$\dfrac{a}{CD}=\dfrac{c}{AD}$得$\sin\angle CBD=\sin\angle ABD$，所以$\angle CBD+\angle ABD=\pi$，

即$\angle CBD+\angle ABC+\angle CBD=\pi$，所以$\angle CBD=\dfrac{\pi}{3}$，…………12 分

设 $ABD$的面积为$S_{ABD}$，则$S_{ABD}=\dfrac{1}{2}cBD\sin\angle ABD=\dfrac{1}{2}ca\sin B+\dfrac{1}{2}aBD\sin\angle CBD$，

即$cBD=1+aBD$，又$c-a=\sqrt{2}$，解得$BD=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以$BD$的长为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$…………15 分

18.解：（1）在四边形$PBCD$中，因为$AB\perp PD$，所以折叠后有$AB\perp PA$，$AB\perp AD$．

又$PA\cap AD=A$，$AD\subset$平面$PAD$，$PA\subset$平面$PAD$，所以$AB\perp$平面$PAD$．……3 分

又$AB\subset$平面$ABCD$，所以平面$PAD\perp$平面$ABCD$．…………5 分

（2）由题意$AD=AP=2$，又$\angle PAD=120°$，故$\angle PDA=30°$，

过点$A$作$AE\perp AD$交$PD$于$E$，则$AE=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，连接$AC$，$EC$(图略)，

因为平面$PAD\perp$平面$ABCD$，面$PAD$ 面$ABCD=AD$，$AE\subset$平面$PAD$，

且$AE\perp AD$，所以$AE\perp$平面$ABCD$…………7 分

因为$CD\subset$平面$ABCD$，所以$AE\perp CD$，同理$AE\perp AC$，

因为$AD=2$，$CD=\sqrt{2}$，$\angle ADC=45°$，所以由余弦定理得$CA=\sqrt{2}$，所以$CD\perp CA$，

因为$CA\cap AE=A$，$CA\subset$平面$AEC$，$AE\subset$平面$AEC$，所以$CD\perp$平面$AEC$．

因为$EC\subset$平面$AEC$，所以$CD\perp EC$，所以$\angle ECA$为二面角$P-CD-A$的平面角….9 分

所以在$\mathrm{Rt}\triangle EAC$中，$\tan\angle ECA=\dfrac{AE}{CA}=\dfrac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，

所以平面$PCD$与平面$ABCD$夹角的正切值为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$……….10 分

（3）如图，由（1）知平面$PAD\perp$平面$ABCD$，

设$\triangle PAD$和$\triangle ACD$的外心分别$E$和$F$，

因为$P$、$A$、$C$、$D$均在以$G$为球心的球面上，

则球心为过点$E$和$F$且分别垂直于平面$PAD$、平面$ACD$的两直线的交点$G$，

过点$F$作$FH\perp AD$于$H$，连接$EH$，…………12 分

设$PG=R$，显然四边形$GFHE$为矩形，所以$GE^2=PG^2-PE^2=FH^2=DF^2-DH^2$．

在$\triangle PAD$中，设$AP=t(0<t<3)$，由$\angle PAD=120°$及余弦定理得$PD=\sqrt{t^2-4t+16}$，

再由正弦定理得$\triangle PAD$的外接圆半径$r_1=PE=\dfrac{PD}{2\sin120°}=\sqrt{\dfrac{t^2-4t+16}{3}}$.

在$\triangle ACD$中，$AD=4-t$，$CD=\sqrt{2}$，$\angle ADC=45°$，由余弦定理得$AC=\sqrt{t^2-6t+10}$，

再由正弦定理得$\triangle ACD$的外接圆半径$r_2=DF=\dfrac{AC}{2\sin45°}=\sqrt{\dfrac{t^2-6t+10}{2}}$. 所以

$R^2-r_1^2=r_2^2-\left(\dfrac{AD}{2}\right)^2$，即$R^2=r_1^2+r_2^2-\left(\dfrac{AD}{2}\right)^2=\dfrac{t^2-4t+16}{3}+\dfrac{t^2-6t+10}{2}-\dfrac{t^2-8t+16}{4}$，

所以$R^2=\dfrac{7t^2-28t+76}{12}=\dfrac{7}{12}(t-2)^2+4$，故当$t=2$时，球$G$的半径最小，

此时点$G$与点$E$重合，所以点$G$在平面$PAD$内. ………………17 分

19.解：（1）因为$f_n(\frac{\pi}{4}+x)-g_n(\frac{\pi}{4}+x)=\sin^n(\frac{\pi}{4}+x)-\cos^n(\frac{\pi}{4}+x)=\cos^n(\frac{\pi}{4}-x)-\sin^n(\frac{\pi}{4}-x)$，$k\in\mathbf{N}^*$.

$f_n(\frac{\pi}{4}-x)-g_n(\frac{\pi}{4}-x)=\sin^n(\frac{\pi}{4}-x)-\cos^n(\frac{\pi}{4}-x)=-\left[f_n(\frac{\pi}{4}+x)-g_n(\frac{\pi}{4}+x)\right]$，$k\in\mathbf{N}^*$.

所以曲线$y=f_n(x)-g_n(x)$关于点$\left(\dfrac{\pi}{4},0\right)$对称…………4 分

（2）因为当$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$时，$\sin x\in[0,1],\cos x\in[0,1]$，所以$\sin^n x+\cos^n x\le\sin x+\cos x$，

由题知存在$n\in\mathbf{N}_+$，使得$\sin^n x+\cos^n x+2t\sin x\cos x-t\ge0$对任意的$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$恒成立，

所以$\sin x+\cos x+2t\sin x\cos x-t\ge0$对任意的$x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$恒成立. …………6 分

令$m=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\dfrac{\pi}{4})$，则$m\in[1,\sqrt{2}]$，$2\sin x\cos x=m^2-1$，

则$m+t(m^2-1)-t\ge0$恒成立，即$t(m^2-2)\ge-m$对$m\in\left[1,\sqrt{2}\right]$恒成立，

因为$y=\dfrac{2}{m}-m$在$m\in\left[1,\sqrt{2}\right]$上单调递减，即$\dfrac{2}{m}-m\in[0,1]$，

所以$t(\dfrac{2}{m}-m)\le1$对$\dfrac{2}{m}-m\in[0,1]$恒成立，所以$\begin{cases}t\cdot0\le1\\t\cdot1\le1\end{cases}$，可得$t\le1$，

所以$t$的取值范围为$(-\infty,1]$…………10 分

（3）当$n$为奇数时，对任意$x_1,x_2\in\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$且$x_1<x_2$，

由于$0<\sin x_1<\sin x_2\le 1,0\le\cos x_2<\cos x_1<1$，所以$\sin^n x_1<\sin^n x_2,\cos^n x_2<\cos^n x_1$，

从而$\left[f_n(x_1)-g_n(x_1)\right]-\left[f_n(x_2)-g_n(x_2)\right]=\left(\sin^n x_1-\sin^n x_2\right)+\left(\cos^n x_2-\cos^n x_1\right)<0$，

即$f_n(x_1)-g_n(x_1)<f_n(x_2)-g_n(x_2)$，所以$y=f_{2k-1}(x)-g_{2k-1}(x)$在$\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增，

当$x=\frac{\pi}{4}$时取得最小值0，当$x=\frac{\pi}{2}$时取得最大值1.

所以$y=f_{2k-1}(x)-g_{2k-1}(x)$在$\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$上的值域$A=[0,1]$；…………13分

当$n$为偶数时，一方面因为$x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$时，$0\le\sin x<1,0<\cos x\le 1$，

所以$f_n(x)+g_n(x)=\sin^n x+\cos^n x\le\sin^2 x+\cos^2 x=1=f_n(0)+g_n(0)$.

另一方面，由于对任意正整数$l\ge 2$，因为$x\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$，$0\le\sin x\le\cos x\le 1$，则有

$2\left[f_{2l}(x)+g_{2l}(x)\right]-\left[f_{2l-2}(x)+g_{2l-2}(x)\right]$

$=2\sin^{2l}x-\sin^{2l-2}x+2\cos^{2l}x-\cos^{2l-2}x=\sin^{2l-2}x\left(2\sin^2 x-1\right)+\cos^{2l-2}x\left(2\cos^2 x-1\right)$

$=\sin^{2l-2}x\left(\sin^2 x-\cos^2 x\right)+\cos^{2l-2}x\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)=\left(\cos^{2l-2}x-\sin^{2l-2}x\right)\left(\cos^2 x-\sin^2 x\right)\ge 0$，

所以$f_{2l}(x)+g_{2l}(x)\ge\frac{1}{2}\left[f_{2l-2}(x)+g_{2l-2}(x)\right]$，进而

$$f_n(x)+g_n(x)\ge\frac{1}{2}\left[f_{n-2}(x)+g_{n-2}(x)\right]\ge\quad\ge\frac{1}{2^{\frac{n}{2}-1}}\left[f_2(x)+g_2(x)\right]=\frac{1}{2^{\frac{n}{2}-1}}=f_n\left(\frac{\pi}{4}\right)+g_n\left(\frac{\pi}{4}\right).$$

所以$k\ge 2$时，$y=f_{2k}(x)+g_{2k}(x)$，当$x=0$时取得最大值1，当$x=\frac{\pi}{4}$时取得最小值$\frac{1}{2^{k-1}}$.

所以$k\ge 2$时，$y=f_{2k}(x)+g_{2k}(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$上的值域$B=\left[\frac{1}{2^{k-1}},1\right]$，

而$k=1$时，$y=f_{2k}(x)+g_{2k}(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$上的值域$B=\{1\}$；…………16分

综上，$k=1$时，$A\quad B=\{1\}$；$k\ge 2$时，$A\quad B=\left[\frac{1}{2^{k-1}},1\right]$…………17分